

Aplicación del modelo SWMM 5.0 para la estimación del arrastre de depósitos de sedimentos y contaminantes asociados en sistemas de alcantarillado unitario

R.I. Seco*, M. Gomez Valentin**

*Departamento de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental. Universidad Politécnica de Cataluña. Jordi Girona 1-3, Barcelona, España. P. 0034934011866. irene.seco@estudiant.upc.edu

** Departamento de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental. Universidad Politécnica de Cataluña. Jordi Girona 1-3, Barcelona, España. manuel.gomez@upc.edu

Resumen

Altos niveles de partículas sólidas y otros contaminantes se observan en los caudales vertidos desde sistemas unitarios al medio fluvial receptor durante el período inicial de una tormenta. Las investigaciones en este campo sugieren que la principal fuente de estos contaminantes está vinculada al proceso de erosión y re-suspensión de sólidos depositados en los conductos del sistema durante el periodo seco antecedente al evento de precipitación. Este trabajo aborda el desarrollo de una metodología capaz de tratar, en una primera aproximación, el transporte de sedimentos dentro de las conducciones de un sistema de alcantarillado unitario. Su implementación se basa en la aplicación modificada, de un modelo del sistema, en el software de dominio público Storm Water Management Model (SWMM 5.0). Así, esta metodología supone una ampliación en la capacidad de trabajo del mencionado programa de simulación, al contemplar el proceso de erosión y re-suspensión de sólidos preexistentes en el interior de sistemas unitarios, que hasta ahora no se considera. Los resultados obtenidos en un estudio piloto, demuestran la aplicabilidad de la metodología de aproximación para la obtención de la evolución de la carga sólida total y contaminantes asociados, durante un evento de tormenta.

Keywords: alcantarillado unitario; sedimentos; first-flush, SWMM 5.0

INTRODUCCIÓN

El sobredimensionamiento de los elementos de un sistema unitario urbano de alcantarillado, si bien permite el transporte de caudales captados de la escorrentía pluvial, comporta un importante potencial de sedimentación de sólidos propios de las aguas residuales durante los periodos secos. Esto se debe a que las velocidades de escurrimiento son, en muchos casos, inadecuadas para mantenerlos en suspensión. Como consecuencia de ello, durante periodos sin lluvias, los conductos actúan como depósitos para estos sedimentos.

Las condiciones de flujo que se producen durante un evento de tormenta pueden provocar la erosión y re-suspensión del sedimento depositado en el periodo seco previo, si se supera la velocidad crítica de corte del sedimento. Por otra parte, la insuficiente capacidad de tratamiento en las plantas depuradoras de aguas residuales (EDAR) frente a un evento de precipitación, se traduce en vertidos al medio receptor de modo intermitente durante el suceso, a través de estructuras de alivio denominadas Descargas de Sistemas Unitarios de alcantarillado (DSU).

Durante el periodo inicial de un evento de tormenta, los volúmenes vertidos desde las DSUs, contienen altos niveles de sólidos en suspensión (Pisano et al., 1979; Tait et al., 2003), debido a la acción combinada del lavado de las superficies urbanas con la erosión de los depósitos en el interior de los conductos, con un efecto contaminante que no resulta despreciable (Mulliss et al.,

1997; Ashley et al., 2000; Suarez, 2005). El aporte de altas concentraciones de sedimentos, por el lavado interno al inicio de la tormenta, ha sido identificado por numerosos investigadores como el principal contribuyente al fenómeno de primer lavado o first-flush, y es uno de las principales causas de problemas medioambientales en los medios receptores (Ashley, 2003).

La gestión de la contaminación asociada a la escorrentía urbana es un problema de difícil solución, sobre todo si se tiene en cuenta la naturaleza estocástica de las lluvias y los regímenes hidrológicos particulares de los ríos de la región Mediterránea (Obermann et al., 2009). Los cauces naturales en esta región presentan caudales cuyas diferencias estacionales son significativas, lo que los hace más sensibles a los vertidos desde sistemas unitarios en épocas en las que el caudal de agua aportado por los aliviaderos puede ser del mismo orden o mayor que el caudal circulante.

Si bien no debemos perder de vista que el objetivo principal de la red de alcantarillado es evacuar el agua de lluvia de las superficies urbanas y las aguas residuales, ello debe cumplirse salvaguardando las condiciones del medio al que esas redes vierten, con criterios de protección adecuados que tengan en cuenta los objetivos ambientales, cada vez más exigentes.

Sabemos que la mejora en el conocimiento en este campo es esencial para predecir los efectos contaminantes asociados a las DSUs, y la evaluación de la calidad de las aguas pluviales urbanas es de gran importancia para el enfoque actual de las gestiones integradas de drenaje urbano.

Los modelos de simulación tales como SWMM 5.0 (Storm Water Management Model), han introducido módulos que permiten predecir la evolución de los parámetros de calidad durante un evento de tormenta, pero considerando sólo la acumulación y lavado de contaminantes depositados en las superficies de las cuencas de aporte, sin contemplar la influencia de la sedimentación de partículas dentro de las conducciones (Gironás et al., 2009; Rossman, 2009). Por su parte, los modelos de transporte de contaminantes desarrollados por HydroWorks (InfoWorks) y MouseTrap (Mike Urban) (Crabtree et al., 1995; Bouteligier et al., 2002; Danish Hydraulic Institute, 2008), requieren para la obtención de resultados confiables, la definición realista de numerosos parámetros de calidad. La falta de información de campo que en general se tiene en este aspecto, hace que terminemos utilizando valores que se nos presentan por defecto, sin un conocimiento adecuado de su influencia. Las incertidumbres en la valoración de esos parámetros, por lo tanto, dificultan el uso que podemos hacer de estos programas.

En este contexto, nuestro trabajo está encaminado a desarrollar un modelo conceptual simplificado para la evaluación de la carga contaminante asociada a los materiales depositados en la red de alcantarillado, que pueda ser aplicado a un modelo existente desarrollado mediante el software SWMM 5.0, teniendo en cuenta que, actualmente, este programa de dominio público no los considera. Sus resultados nos permitirán obtener la información necesaria para un primer análisis de la distribución temporal y espacial de las emisiones de la contaminación, y de los patrones de carga que llegan a una planta depuradora, entre otros.

Los resultados obtenidos hasta el momento confirman el ajuste de la predicción, y la aplicabilidad general de la metodología a redes de alcantarillado unitaria.

Por otra parte, este trabajo no considera la influencia que tienen las reacciones entre partículas sedimentadas o sus propiedades cohesivas, sobre los polutogramas de salida. Se trata de un modelo predictivo, para la valoración inicial de los impactos producidos por los depósitos de sólidos.

Sin embargo, es necesario tener en cuenta que para que este, o cualquier procedimiento de cálculo de transporte de sedimentos, tenga la capacidad de producir sedimentogramas de salida aproximados a los reales, los sedimentos del alcantarillado deben caracterizarse lo más realísticamente posible, para lo cual es imprescindible contar con datos locales.

Se trabaja actualmente en la recolección de datos en una cuenca de estudio ubicada en el municipio de Granollers en la provincia de Barcelona, que serán utilizados en un futuro para la verificación de la efectividad real de este innovador enfoque de modelado de sedimentos de alcantarillado.

MATERIALES Y MÉTODOS

El trabajo desarrollado tiene por objetivo proponer una metodología para representar lo que ocurre en el interior del conducto durante un evento de lluvia, en términos de erosión del material sólido existente, partiendo del conocimiento de la cantidad de sedimento depositado durante el periodo seco antecedente, y aprovechando las herramientas de cálculo incluidas originalmente en SWMM 5.0.

Para la implementación, se proponen tres etapas de simulación. Durante la primera etapa, a partir de la construcción y calibración de un modelo hidrológico e hidráulico detallado de la zona en estudio, se calculan los hidrogramas de entrada a los conductos del sistema en los que se prevea sedimentación durante el tiempo seco. Posteriormente, una segunda etapa introduce un modelo de cuenca ficticia a través de la cual escurre superficialmente un hidrograma equivalente al que recibe el conducto durante el mismo periodo, que permite definir el sedimentograma o sedigrama de salida del conducto aislado. Finalmente, combinando los resultados de esta segunda parte, con el modelo de calidad disponible originalmente en SWMM 5.0, se obtienen sedimentogramas de salida que integran las dos fuentes de material sólido y contaminante.

Esquemáticamente la metodología se presenta diagramada en la Figura 1.

1. Definición del modelo hidráulico y de calidad en SWMM 5.0 para la cuenca real de estudio. Definición de la lluvia de diseño (*Plu1*)
2. Análisis y selección de conductos susceptibles de acumular sedimentos durante tiempo seco (*CI*). Determinación del espesor acumulado
3. Obtención de los hidrogramas de escurrimiento de las cuencas de aporte a los conductos seleccionados (caudal de entrada a conducto). (primera simulación)
4. Determinación de las cuencas ficticias equivalentes a los conductos seleccionados
5. Determinación del hietograma de la lluvia ficticia (*Plu2*) a aplicar sobre cada cuenca ficticia/conducto (*sub CI*)
6. Calibración del modelo de transporte. Ajuste de parámetros de acumulación y arrastre en cuencas ficticias
7. Obtención de sedimentogramas de salida de cuencas ficticias. (segunda simulación)
8. Modificación del modelo real inicial. Introducción de sedigramas calibrados obtenidos para cada conducto con sedimento
9. Determinación polutogramas totales del sistema. (tercera simulación)

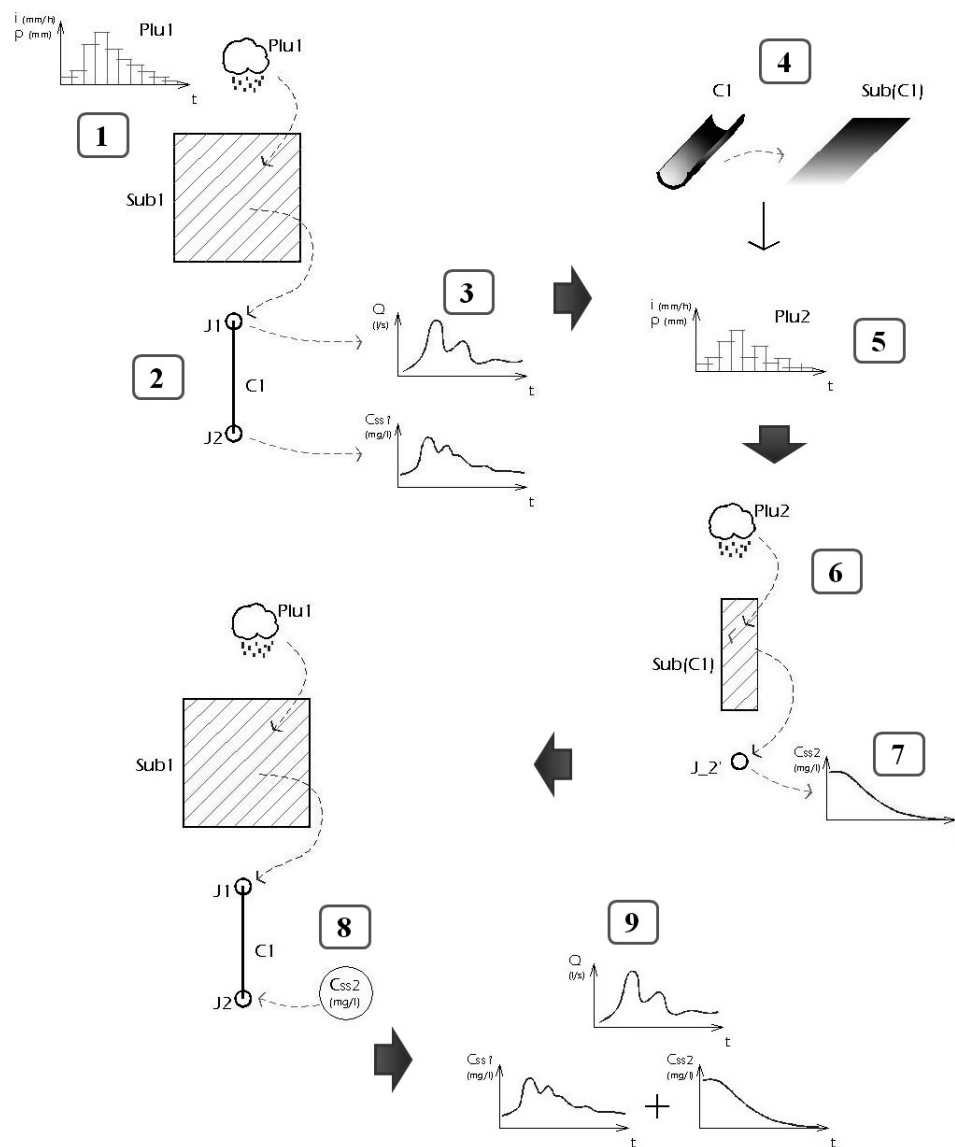


Figura 1. Diagrama esquemático de la metodología planteada para la obtención de la carga contaminante que considere el aporte superficial y el del interior de los conductos

Acumulación de sedimentos durante tiempo seco

Bajo condiciones de escurrimiento en tiempo seco (sólo caudal residual), dependiendo de las condiciones de flujo, los sólidos en suspensión propios de estas, pueden depositarse formando una capa en el fondo del conducto. Resulta necesario, previo al análisis del arrastre del material durante eventos de precipitación, definir patrones de sedimentación para determinar las zonas del sistema con más tendencia a la deposición, dado que el depósito de sólidos no se manifiesta de manera uniforme en todos los tramos de un sistema de alcantarillado. Luego de ese análisis debemos cuantificar el volumen de sedimento que queda retenido durante el tiempo seco antecedente al evento de tormenta en análisis. Para simplificar esa estimación, consideramos en este trabajo que durante el tiempo transcurrido desde el inicio de la formación del depósito de fondo hasta su arrastre total, no se producen cambios de forma en la superficie del depósito, ni físicos o químicos en las propiedades de los sedimentos.

El análisis de tendencias de sedimentación y la determinación del volumen del estrato de sólidos acumulado se lleva a cabo mediante la aplicación del método predictivo desarrollado por Pisano et al. (1979, 1981) para la U.S. Environmental Protection Agency (EPA).

Analogía conducto real - cuenca ficticia

Como nuestra intención es presentar una metodología que sea capaz de evaluar en una primera aproximación el transporte de sedimentos dentro del alcantarillado, pero con la premisa de utilizar las herramientas que ya dispone SWMM 5.0, se plantea contemplar los procesos de erosión con un elemento *subcatchment*, que se pueda considerar hidráulicamente equivalente al conducto real, y que denominaremos en adelante como “cuenca ficticia”.

Teniendo en cuenta las siguientes consideraciones, podemos fijar los parámetros básicos de la cuenca para definir el elemento correspondiente en SWMM 5.0. El área, ancho y longitud de la cuenca ficticia la obtenemos como el desarrollo de la mitad inferior del conducto, asumiendo la hipótesis de que el calado para el caudal pico de residuales transportado por este no supera el radio de conducto. La pendiente y rugosidad, mantienen los valores originales del conducto de análisis. Y finalmente consideramos que el material del conducto es totalmente impermeable, y que debido a las condiciones de su superficie interna, no se produce encharcamiento en el mismo.

La información de la lluvia a utilizar para la obtención del sedigrama de salida en la cuenca ficticia debe ser diferente al evento de precipitación real que se produce y efectivamente escurre sobre la cuenca. Esta afirmación se basa en que, el hidrograma de escurrimiento en la cuenca ficticia debe ser el mismo que se originaría en el conducto real debido al evento de precipitación real, para poder con este nuevo hidrograma, determinar el arrastre del sedimento. Si tomáramos el mismo evento de precipitación en ambas cuencas, real y ficticia, el hidrograma obtenido en la ficticia sería muy diferente en volumen al que circulará por el conducto, aunque conserve la forma.

Teniendo en cuenta por otra parte, que para cuencas de áreas pequeñas el hidrograma de escurrimiento presenta la misma forma que el hietograma de precipitación, definimos un evento de lluvia ficticia, basado en el hidrograma obtenido en la entrada del conducto real. La intensidad de la precipitación ficticia en cada intervalo de tiempo se determina como la relación del caudal real en el conducto con el área de la cuenca ficticia.

Siguiendo este procedimiento hemos verificado que la respuesta en caudal de la cuenca ficticia ante el evento ficticio, es equivalente a la respuesta en caudal del conducto real dentro del sistema ante el evento de precipitación real, con errores en volumen menores al 1%, que son perfectamente asumibles.

Mediante la aplicación del método de Pisano, hemos previamente determinado el espesor correspondiente al depósito de sólidos. Este espesor de sedimento acumulado durante el tiempo seco se introduce en SWMM 5.0 como un parámetro de acumulación inicial dentro de las propiedades de la cuenca ficticia (*Initial Buildup*), en unidades de masa distribuida por superficie.

Puesto que no se dispone de información precisa sobre los parámetros más apropiados a utilizar en cada caso en las funciones de acumulación (*build up*) y lavado (*wash off*) que dispone SWMM 5.0, estas funciones y coeficientes se consideraron inicialmente con la misma formulación determinada para la cuenca real. Mediante un proceso de calibración se adaptan luego con el objetivo de ajustar el sedimentograma de salida del modelo análogo al conducto al sedimentograma que denominamos real, obtenido previamente mediante la aplicación de la aproximación empírica de van Rijn para arrastre de fondo (van Rijn 1984).

De la simulación en SWMM 5.0 de estos modelos de cuenca y lluvia ficticia, partiendo de una acumulación inicial durante el tiempo seco antecedente al evento de precipitación real, obtenemos la evolución en el tiempo de la carga sólida por efecto del lavado o erosión dentro del conducto.

Polutograma final de sólidos y otros contaminantes asociados

Finalmente, tal como habíamos indicado en la esquematización de la metodología propuesta, determinamos el sedimentograma total de salida que contemple tanto el proceso de lavado en la superficie de la cuenca como el producido dentro del conducto. Para ello, introducimos el sedimentograma correspondiente a la evolución del proceso de erosión de sólidos en la cuenca ficticia/conducto antes determinado, como una entrada directa (*Inflow*), en términos de masa por unidad de tiempo, en el nodo de salida del conducto real.

Como resultado de una nueva simulación del modelo real, esta vez con la modificación introducida con los sedimentogramas calculados para los conductos con tendencia a sedimentar en tiempo seco, se obtiene como resultado la evolución de la carga total de sólidos que buscamos.

A su vez, debemos tener en cuenta la existencia de otros contaminantes asociados a los sólidos de residuales, tales como la presencia de materia orgánica, medida a través del parámetro DBO₅ (Demanda Bioquímica de Oxígeno), el Nitrógeno total, NH₄ (amonio) etc., que afectan la calidad de las aguas receptoras, siendo esta situación relevante en el estudio aplicado del impacto ante DSUs, pero de complicada estimación por las reacciones que se producen durante el periodo previo a su lavado. No consideramos por ello, su presencia en el cómputo del transporte de sedimentos que llevamos a cabo mediante la metodología de la cuenca ficticia. Su influencia en la carga contaminante total, sin embargo, la tenemos en cuenta tal como lo considera SWMM, es decir, como una fracción de la carga sólida. Se asume para ello la hipótesis de que los procesos de acumulación y de lavado de los contaminantes siguen la misma ley que para los sólidos, y que la relación entre ellos se mantiene constante.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con los parámetros de la funciones de acumulación y lavado calibrados, y de la aplicación de diferentes eventos de precipitación sobre una cuenca piloto de estudio ubicada en la localidad de Granollers, en la comunidad autónoma de Cataluña, España, se obtuvieron los sedimentogramas que se muestran como ejemplos en las gráficas de la Figura 2. En ellas podemos observar comparativamente para distintos eventos de lluvia analizados, la evolución en el tiempo de la carga de sólidos a la salida de la cuenca ficticia, que representa el proceso de erosión, re suspensión y transporte dentro del conducto, y esa misma evolución determinada mediante el procedimiento empírico de van Rijn que tomamos de referencia.

Notaremos que los valores del polutograma de sólidos de van Rijn son aproximados a los obtenidos mediante la metodología propuesta de cuenca ficticia, si bien se evidencia una diferencia en la masa total erosionada, y una tendencia inicial de erosión más abrupta en el instante inicial del proceso erosivo. A pesar de estas observaciones, si comparamos el valor de la máxima concentración de sólidos de salida obtenida con ambos procedimientos, veremos que la diferencia es menor a un 10%, por lo que la podemos considerar admisible. Igualmente analizando la masa total de sólidos erosionada, si bien el ajuste es menos eficaz, podemos considerarlo suficiente (Tabla 1).

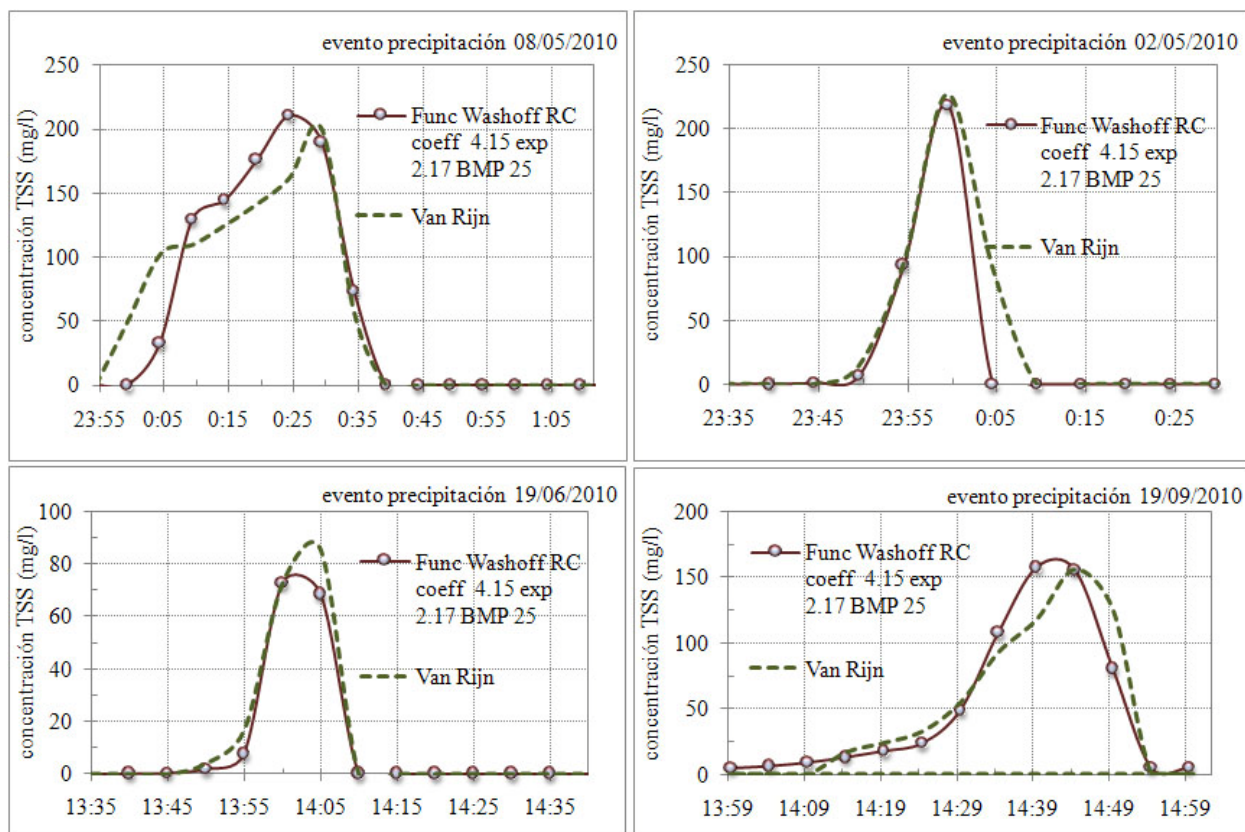


Figura 2. Polutogramas de sólidos según aproximación de van Rijn y resultados obtenidos con metodología de cuenca ficticia en SWMM, e Hidrogramas de escurrimiento que los generan.

Tabla 1. Comparación de la concentración máxima y masa total de sólidos obtenida de la aplicación de la metodología de cuenca ficticia y el procedimiento de van Rijn

máxima concentración de TSSc (mg/l)				
Evento de precipitación	02/05/2010	08/05/2010	19/06/2010	17/09/2010
procedimiento van Rijn	226.72	199.59	85.47	156.44
cuenca ficticia	211.76	210.79	72.52	157.60
diferencia	6.60%	5.61%	15.15%	0.74%

masa total de sólidos (kg)				
Evento de precipitación	02/05/2010	08/05/2010	19/06/2010	17/09/2010
procedimiento van Rijn	9.257	8.204	10.830	9.397
cuenca ficticia	10.571	8.810	8.713	9.643
diferencia	14.19%	7.38%	19.54%	2.62%

Es importante notar que el efecto del primer lavado en el conducto no se obtiene con el modelado normal de la cuenca en SWMM 5.0, tal como se muestra en la Figura 3 para dos eventos que tomamos como ejemplo. Sin embargo observamos que en los resultados obtenidos en nuestro estudio se evidencia el fenómeno de first-flush o primer lavado al inicio del evento.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos hasta el momento, confirman el ajuste de la predicción y la aplicabilidad general de la metodología a una red de alcantarillado unitaria. Sin embargo, no debemos perder de vista que los resultados no deben ser generalizados sin una verificación con datos reales.

El conocimiento de las características físicas, químicas, y propiedades de los sedimentos del alcantarillado y contaminantes asociados, como se ha mencionado a lo largo de este trabajo, es crucial para el desarrollo de modelos que permitan describir apropiadamente el movimiento de sedimentos y predecir con una mejor estimación los cambios de concentración, en general significativos, que se producen en el escurrimiento de agua en el periodo inicial de un evento de precipitación. Al mismo tiempo, la capacidad de predecir la acumulación de sedimentos es esencial para prever los efectos contaminantes asociados a su vertido a través de las DSUs.

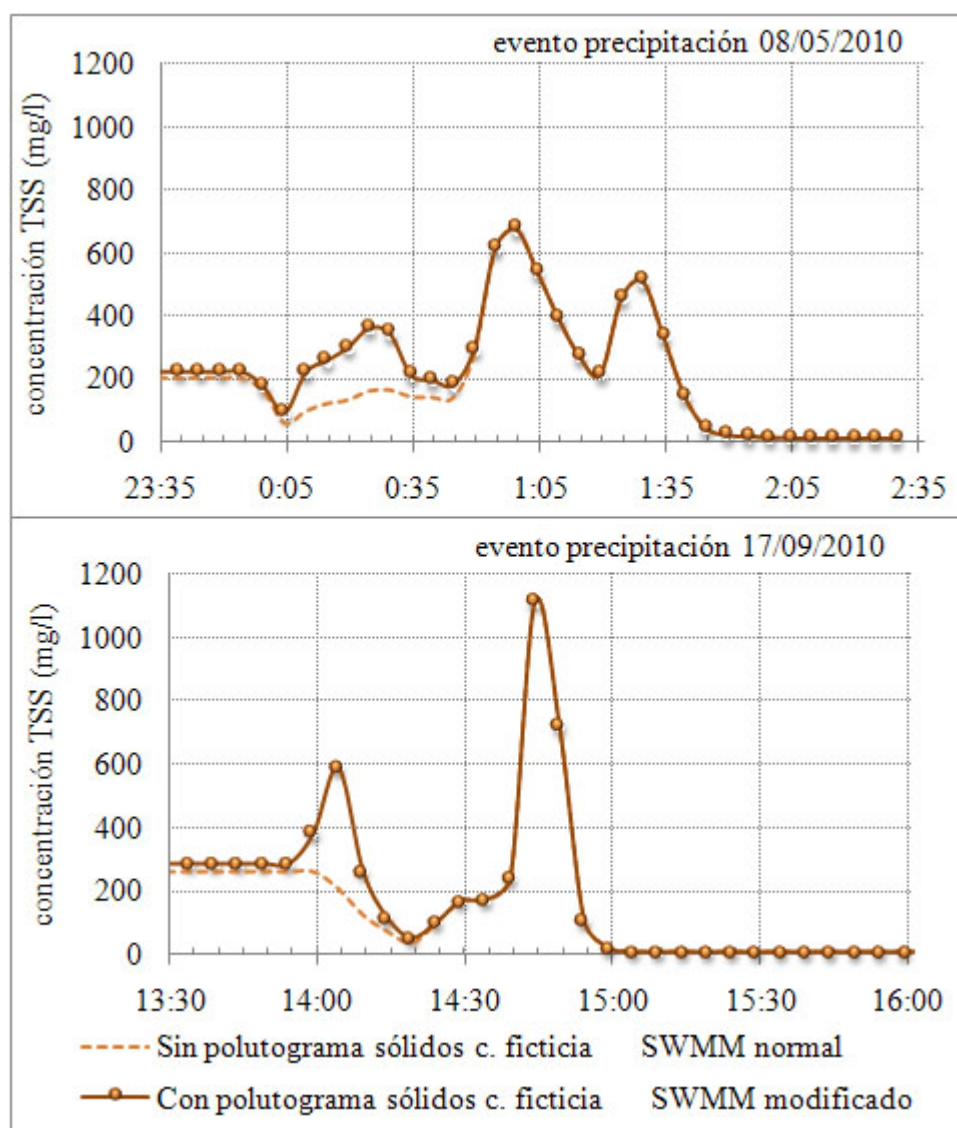


Figura 3. Comparación de polutogramas de sólidos en el punto de salida de la cuenca estudiada. Aplicación directa del módulo de calidad de SWMM 5.0 y aplicación de la metodología propuesta.

Consideramos no obstante, que la relativa simplicidad de implementación de esta metodología, y la posibilidad de utilizar para el cálculo el software libre de simulación SWMM 5.0, ampliamente utilizado en hidrología urbana, muestra el aporte de este trabajo como una herramienta que permite estimar la evolución de la carga sólida y contaminantes con una aproximación mayor a la que puede predecirse actualmente con modelos hidrológicos convencionales.

Prever la carga de contaminación vertida por los aliviaderos al medio receptor, por el efecto acumulativo de sedimentos en el interior de los conductos, permite su aplicación en la

optimización y control de los sistemas de alcantarillado, así como en mejorar la predicción de la calidad del agua que llega a las plantas depuradoras.

Agradecimientos

Agradecemos al Consorci per a la defensa de la Conca del Besòs, y a Drenatges Urbans del Besòs, por facilitar el desarrollo de las tareas de medición, y permitir que este trabajo se desarrolle en el marco de un proyecto de colaboración con el departamento de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental de la Universidad Politécnica de Cataluña.

REFERENCIAS

- Ashley R. M., Crabtree B., Fraser A. and Hvitved-Jacobsen T. (2003). European Research into Sewer Sediments and Associated Pollutants and Processes. *J Hydr Engrg (ASCE)*. **129**(4), 267-275.
- Ashley R. M., Fraser A., Burrows R. and Blanksby J. (2000). The management of sediment in combined sewers. *Urban Water*. **2**(4), 263-275.
- Bouteligier R., Vaes G. and Berlamont J. (2002). Sensitivity of urban drainage wash-off models: compatibility analysis of HydroWorks QM and MouseTrap using CDF relationships. *Journal of Hydroinformatics*. **4**, 235-243.
- Chaudhry M. H. (2008). *Open-channel flow*. Springer, New York.
- Crabtree R. W., Ashley R. and Gent R. (1995). Mousetrap: Modelling of real sewer sediment characteristics and attached pollutants. *Water Science and Technology*. **31**(7), 43-50.
- Danish Hydraulic Institute (2008). MOUSE. Pollution Transport. Reference Manual - Surface Runoff Quality, DHI Water & Environmental, Horsholm, Denmark.
- Gironás J., Roesner L. A., Rossman L. A. and Davis J. (2010). A new applications manual for the Storm Water Management Model (SWMM). *Environmental Modelling & Software*. **25**(6), 813-814.
- Gironás J., Roesner L. A., Rossman L. A. and Davis J. (2009). Storm Water Management Model. Applications manual, EPA/600/R-09/077, United States Environmental Protection Agency.
- Gómez Valentín M. (2008). *Curso de hidrología urbana*. Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins , Canals i Ports. Universitat Politècnica de Catalunya UPC, Barcelona.
- Mannina G., Viviani G. (2010). An urban drainage stormwater quality model: Model development and uncertainty quantification. *Journal of Hydrology*. **381**(3-4), 248-265.
- Mulliss R. M., Revitt D. M. and Shutes R. B. (1996). The impacts of urban discharges on the hydrology and water quality of an urban watercourse. *Sci Total Environ*. **189-190**, 385-390.
- Obermann M., Rosenwinkel K. and Tournoud M. (2009). Investigation of first flushes in a medium-sized mediterranean catchment. *Journal of Hydrology*. **373**(3-4), 405-415.
- Parker G., Toro-Escobar C. M., Ramey M. and Beck S. (2003). Effect of Floodwater Extraction on Mountain Stream Morphology. *J Hydr Engrg (ASCE)*. **129**(11), 885.
- Pisano W. C., Aronson G. L., Queiroz C. S., Blanc F. C. and O'Shaughnessy J. C. (1979). Dry-Weather Deposition and Flushing for Combined Sewer Overflow Pollution Control, EPA - Research reporting series.
- Pisano W. C., Queiroz C. S., Aronson G. L., Blanc F. C. and O'Shaughnessy J. C. (1981). Procedures for Estimating Dry Weather Pollutant Deposition in Sewer Systems. *WPCF*. **53**(11), 1627-1636.
- Rossman L. A. (2009). Storm Water Management Model. User's manual. Version 5, EPA/600/R-05/040, United States Environmental Protection Agency.
- Schellart A. N. A., Tait S. and Ashley R. M. (2010). Estimation of Uncertainty in Long-Term Sewer Sediment Predictions Using a Response Database. *J Hydr Engrg (ASCE)*. **136**(7), 403-411.
- Seco, R. I. (2010). *Modelo para la estimación del transporte de sedimentos y contaminantes asociados en alcantarillado unitario mediante la utilización de SWMM 5.0. Aplicación en la red de saneamiento de Granollers*; MsC Tesis; Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España.
- Suárez López J., Cagiao Villar J. (2005). Vertidos de sistemas de saneamiento unitario en tiempo de lluvia: control de impactos sobre los ríos. *Ingeniería y territorio*. **71**, 44-55.
- Tait S. J., Chebbo G., Skipworth P. J., Ahyerre M. and Saul A. J. (2003). Modeling In-Sewer Deposit Erosion to Predict Sewer Flow Quality. *J Hydr Engrg (ASCE)*. **129**(4), 316-324.
- van Rijn L. C. (1984). Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport. *J Hydr Engrg (ASCE)*. **110**(10), 1431-1456.
- Vanoni V. A. (1975). *Sedimentation engineering*. American Society of Civil Engineers (ASCE), New York.
- Yang Shu-Quing. (2005). Prediction of total bed material discharge. *Journal of Hydraulic Research*. **43**(1), 12-22.